

# ANWENDUNG DER GEOMETRISCHEN BEUGUNGSTHEORIE IN DER EMV-ANALYSE

A. Schroth

K.W. Kark

DFVLR, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Institut für Hochfrequenztechnik, 8031 Oberpfaffenhofen

Zusammenfassung: Nach einer kurzen Schilderung der Anwendungsmöglichkeiten der geometrischen Beugungstheorie in der EMV-Analyse wird die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Bestimmung der von Quellen ausgehenden Störstrahlung bzw. der Verkopplung von Antennen mittels dieser Hochfrequenzmethode beschrieben. Die charakteristischen Abmessungen der betrachteten Strukturen sollen dabei groß im Vergleich zur Wellenlänge sein. Wichtige Teilaspekte wie die geometrische Optik und die Kantenbeugung zur Konstruktion des Hochfrequenzfelds bei komplizierten Körpern, z.B. Flugzeugen, werden näher erläutert. Zwei Beispiele werden vorgestellt.

Abstract: After a brief description of the field of applications of the geometrical theory of diffraction for EMC analysis purposes the basic procedure concerning the determination of undesired radiation emanating from sources or the coupling of antennas, respectively, with the aid of this RF method is explained. The characteristic dimensions of the objects under consideration shall be large in comparison to the wavelength. Important tools for the construction of the RF field of complicated bodies, for instance air planes, like geometrical optics and edge diffraction are described in detail. Two examples are presented.

## 1. Einleitung

Durch die zunehmende Verwendung von elektronischen Komponenten in praktisch allen Bereichen der Technik kommt der Kenntnis der elektromagnetischen Störstrahlung und ihrer Auswirkungen auf die Systeme, wie sie z.B. in der Verkehrstechnik (Luftfahrt) und Informations- und Datentechnik Verwendung finden, immer größere Bedeutung zu. Die störanfälligen Komponenten stehen meist mit dem von außen einfallenden Feld und untereinander über die Trägerstrukturen in Wechselwirkung. Diese Träger stellen aus der Sicht der Elektrodynamik außerordentlich komplizierte Gebilde dar. Die meßtechnische Bestimmung der Einkopplung von Störstrahlung erfordert häufig einen großen Zeitaufwand und hohe Kosten. Man ist deshalb bestrebt, mittels Rechenverfahren die Vorgänge zu beschreiben. Eine wesentliche Bedeutung kommt hierbei der Integralgleichungsmethode und der geometrischen Beugungstheorie sowie deren Kombination zu /1/. Mit der Integralgleichungsmethode können Objekte behandelt werden, deren charakteristische Abmessungen vergleichbar mit der Wellenlänge sind. Für Körper, die groß gegen die Wellenlänge sind (Hochfrequenzfall), kommen wegen des hohen Speicherplatz- und Rechenzeitbedarfs nur asymptotische Lösungsverfahren in Frage. Die größte Leistungsfähigkeit hat hierbei die geometrische Beugungstheorie (Geometrical Theory of Diffraction, GTD) in ihrer erweiterten Form (Uniform Theory of Diffraction, UTD) und in Kombination mit der Methode der äquivalenten Kantenströme (Equivalent Current

Method, ECM) bewiesen.

## 2. Grundgedanke der geometrischen Beugungstheorie

Im Hochfrequenzfall erfolgt nicht mehr die Anregung des gesamten Objekts. Zum Feld im Beobachterpunkt tragen nur noch die Ströme bestimmter Oberflächenelemente bei. Das Feld läßt sich aus den lokalen Eigenschaften dieser Elemente berechnen. Sind die Oberflächenelemente genügend weit voneinander entfernt, so kann die gegenseitige Kopplung vernachlässigt werden (lokales Phänomen).

Die geometrische Beugungstheorie ist eine heuristische Erweiterung der geometrischen Optik durch die Konzeption gebeugter Strahlen, die in geometrische Schattengebiete gelangen können. Das geometrisch-optische Feld wird durch Beugungsterme korrigiert, die aus der asymptotischen Lösung des Randwertproblems für kleine Wellenlängen gewonnen werden (kanonisches Problem). Das gebeugte Feld ist mit dem einfallenden Feld durch den sogenannten Beugungskoeffizienten verknüpft.

Die Vorgehensweise in der geometrischen Beugungstheorie zur Lösung von Randwertproblemen komplizierter Gebilde, die einer strengen Lösung nicht mehr zugänglich sind, besteht darin, diese in eine Reihe von kanonischen Formen zu zerlegen, deren Beugungskoeffizienten bekannt sind. Bei der Analyse der wichtigsten vorkommenden Strukturen zeigt sich, daß das Gesamtgebilde in Unterstrukturen aus zusammengesetzten kanonischen Formen wie z.B. ein Zylinder mit angesetzter ebener Platte zerlegt werden kann. Aus diesen vielseitig anwendbaren Unterstrukturen können komplexere Strukturen nach Art eines Baukastensystems aufgebaut werden.

Die Strahlen, die nach Reflexion und Beugung an einem Körper durch einen definierten Beobachterpunkt gehen, werden aus geometrischen und differentialgeometrischen Betrachtungen bestimmt. Das Gesamtfeld setzt sich aus den Feldern der einzelnen Strahlen zusammen. Die Konstruktion der Strahlenwege stellt ein wesentliches Problem der geometrischen Beugungstheorie dar. Bei der Berücksichtigung mehrfach reflektierter und gebeugter Strahlen gestaltet sich diese Aufgabe entsprechend komplizierter.

Die geometrische Beugungstheorie zeichnet sich durch eine große physikalische Anschaulichkeit aus, da die Beiträge des direkten, der reflektierten und gebeugten Strahlen getrennt studiert werden können. Darüber hinaus kann der Einfluß einzelner Strukturteile auf das Gesamtfeld untersucht werden. Damit läßt sich bereits eine gute Kontrolle der richtigen physikalischen Behandlung des Problems mittels der geometrischen Beugungstheorie gewinnen.

Obwohl die geometrische Beugungstheorie eine Hochfrequenz-Methode ist, läßt sie sich oft bei Objekten anwenden, deren charakteristische Abmessungen etwa eine Wellenlänge betragen. Voraussetzung ist allerdings, daß die Wellenlänge nicht zu groß ist.

Da die geometrische Beugungstheorie eine reine strahlenoptische Theorie ist, versagt sie innerhalb der Übergangszonen an den geometrisch-optischen Schattengrenzen, wo das HF-Feld einen raschen Übergang von der strahlenoptischen Form im beleuchteten Bereich zu der strahlenoptischen Form im Schattenbereich vollzieht. Konsequenterweise läßt sich das Feld in der Übergangszone nicht mehr strahlenoptisch beschreiben. Ähnliche Probleme treten an den Reflexionsgrenzen auf, an denen das reflektierte Feld verschwindet. Diese Probleme wurden in der uniformen Version der GTD, der sogenannten UTD, überwunden /1/. Die GTD und UTD liefern an Kaustiken (Brennlinien) des geometrisch-



Der Strahlweg stellt entsprechend dem Fermatschen Prinzip ein Extremum dar (meistens minimale Distanz).

### 3.1 Reflexion an konvex gekrümmten Oberflächen

Trifft ein Bündel paralleler Strahlen auf ein gekrümmtes Oberflächenelement, dessen Hauptkrümmungsradien wesentlich größer als die Wellenlänge sind, dann wird dieses so reflektiert, als würde es von einer Ebene tangential zur Oberfläche am Reflexionspunkt ausgehen. Die Amplitude wird neben dem Reflexionskoeffizienten von einem Divergenzfaktor beschrieben, der die durch die Krümmung der Oberfläche hervorgerufene Aufweitung des Strahlenbündels berücksichtigt.

Das reflektierte Feld am Beobachterpunkt P, der den Abstand s vom Reflexionspunkt R hat, läßt sich folgendermaßen berechnen:

$$\vec{E}_r(P) = \vec{E}_i(R) \cdot \bar{R} \sqrt{\frac{\rho_{r1} \rho_{r2}}{(\rho_{r1} + s)(\rho_{r2} + s)}} e^{-jks} \quad (3)$$

k ist die Wellenzahl des Ausbreitungsmediums.  $\rho_{r1}$  und  $\rho_{r2}$  sind die Hauptkrümmungsradien der reflektierten Wellenfront am Reflexionspunkt. Die Abhängigkeit von  $\rho_{r1}$  und  $\rho_{r2}$  von der Krümmung der einfallenden Wellenfront bzw. der reflektierenden Oberfläche ist in /1/ dargestellt.  $\vec{E}_i(R)$  ist das am Reflexionspunkt einfallende Feld. Es wird als lokal ebene Welle betrachtet.

$\bar{R}$  ist der sogenannte dyadische Reflexionskoeffizient. Er wird aus dem formalen Produkt der Einheitsvektoren  $\vec{e}_{i||}$  und  $\vec{e}_{r||}$  bzw.  $\vec{e}_\perp$ , die zur Beschreibung der Komponenten des einfallenden bzw. reflektierten Felds verwendet werden, siehe Bild 2, wie folgt berechnet:

$$\bar{R} = R_h \vec{e}_{i||} \vec{e}_{r||} + R_s \vec{e}_\perp \vec{e}_\perp \quad (4)$$

$R_s$  bzw.  $R_h$  sind die Fresnelschen Reflexionskoeffizienten für die Dirichletsche ( $u \neq 0$ ) bzw. Neumannsche ( $\partial u / \partial n = 0$ ,  $\vec{n}$  = Normaleneinheitsvektor) Randbedingung. Diese Randbedingungen werden im englischen Sprachraum häufig als soft bzw. hard boundary condition bezeichnet. Zu den sonst verwendeten Bezeichnungen für die Fresnelschen Reflexionskoeffizienten bestehen folgende Identitäten:  $R_s \equiv R_E$ ,  $R_h \equiv R_H$ . Für ideal leitende Oberflächen gilt:  $R_s = -1$  und  $R_h = 1$ .

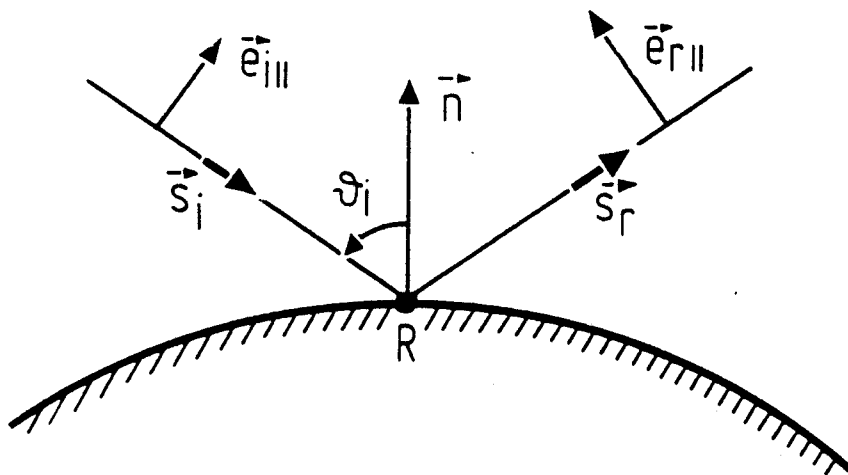


Bild 2 Zur Reflexion an einer gekrümmten Oberfläche.

### 3.2 Kantenbeugung

Trifft ein Strahl auf eine Kante in einem homogenen isotropen Medium, so besteht die kürzeste Verbindung zwischen Quellpunkt Q und Beobachterpunkt P aus zwei Halbstrahlen durch Q und P, die sich an dem Punkt B der Kante so treffen, daß sie gleiche Winkel mit der Kantentangente an diesem Punkt einschließen. Dabei liegen diese Geradenstücke auf verschiedenen Seiten der Ebene durch den Kantenpunkt, die die Kantentangente zur Normalen hat (Kantenbeugungsgesetz). Es erzeugt also jeder auf einen Kantenpunkt auftreffende Strahl einen von diesem Kantenpunkt ausgehenden Kegel gebeugter Strahlen, dessen Achse die Kantentangente und dessen halber Öffnungswinkel der Winkel zwischen Kantentangente und einfallendem Strahl ist (Bild 3). Bei senkrechter Inzidenz entartet der Kegel gebeugter Strahlen zu einer Ebene. Das Kantenbeugungsgesetz und die Geradlinigkeit der gebeugten Strahlen sind die unmittelbare Konsequenz des erweiterten Fermatschen Prinzips.

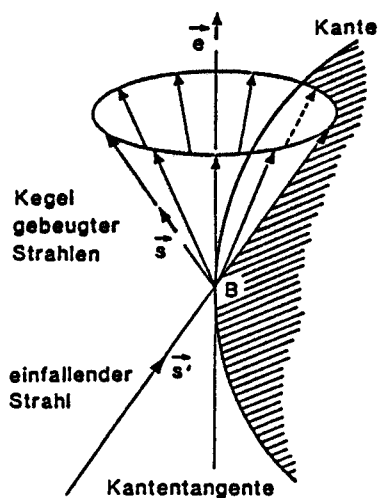


Bild 3 Zur Erklärung des Kantenbeugungsgesetzes:  $\vec{s}' \cdot \vec{e} = \vec{s} \cdot \vec{e}$  .

Da die Spitzen der Beugungskegel auf der Kante liegen, bildet die Kante eine der Brennpunkten der divergierenden Strahlenbündel. Zur Berechnung des gebeugten Felds  $\vec{E}_d$  aus dem am Beugungspunkt B einfallenden Feld  $\vec{E}_i(B)$  muß ein Grenzwert bestimmt werden:

$$\lim_{\rho_{d2} \rightarrow 0} (\vec{E}_d(O') \sqrt{\rho_{d2}}) = \vec{E}_i(B) \cdot \vec{D} . \quad (5)$$

$O'$  ist ein variabler Bezugspunkt,  $\rho_{d2}$  ist einer der Hauptkrümmungsradien des Bündels der gebeugten Strahlen.  $\vec{D}$  ist der dyadische Beugungskoeffizient.

Das Feld auf einem gebeugten Strahl berechnet sich zu

$$\vec{E}_d(s) = \vec{E}_i(B) \cdot \vec{D} \sqrt{\frac{\rho_{d1}}{s(\rho_{d1} + s)}} e^{-jks} . \quad (6)$$

Für den Einfall einer sphärischen Welle auf einen Keil mit gerader Kante gilt  $\rho_{d1} = s'$  mit  $s' =$  Abstand der Quelle vom Beugungspunkt; bei einer ebenen Welle gilt daher  $\rho_{d1} \rightarrow \infty$  .

Bei Verwendung eines strahlenbezogenen Koordinatensystems, siehe Bild 4, läßt sich der dyadische Beugungskoeffizient mittels der skalaren Beu-

gungskoeffizienten  $D_{s,h}$  als die Summe zweier Dyaden darstellen. Es gilt:

$$\bar{D} = -\vec{\beta}' \vec{\beta} D_s - \vec{\varphi}' \vec{\varphi} D_h . \quad (7)$$

Die skalaren Beugungskoeffizienten werden aus der asymptotischen Lösung des kanonischen Problems des Einfalls einer lokal ebenen Welle auf eine Kante gewonnen. Hierbei wird jede Diskontinuität der Oberfläche als Kante aufgefaßt.

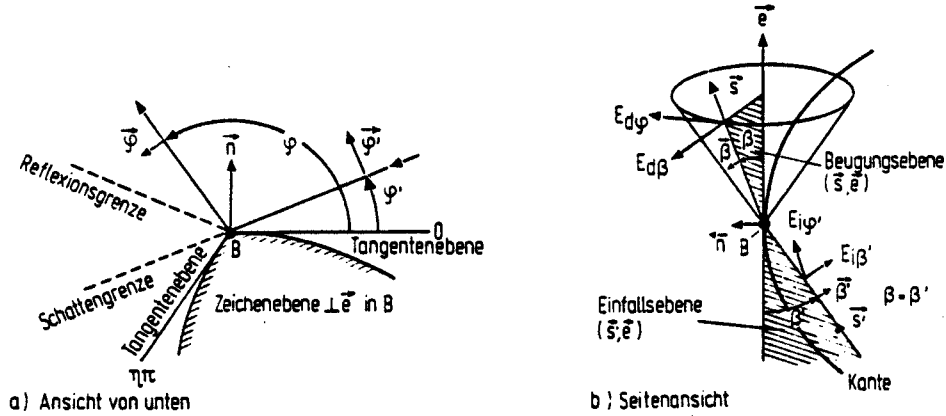


Bild 4 Zum strahlenbezogenen Koordinatensystem.

In den Übergangszonen der Schatten- und Reflexionsgrenzen ändert sich das Gesamtfeld sehr rasch. Die Größe des gebeugten Felds ist dort vergleichbar mit der des einfallenden bzw. reflektierten Felds. Da das einfallende bzw. reflektierte Feld an den Schatten- bzw. Reflexionsgrenzen Diskontinuitäten besitzt, muß das gebeugte Feld dort ebenfalls Diskontinuitäten aufweisen, um einen stetigen Verlauf des Gesamtfelds zu bewirken. Durch ein verbessertes asymptotisches Auswerteverfahren unter Hinzunahme von Termen höherer Ordnung konnten die Singularitäten der GTD-Beugungskoeffizienten behoben werden (UTD-Lösung).

Die im folgenden angegebenen UTD-Beugungskoeffizienten  $D_s$  und  $D_h$  für einen Keil mit gerader Kante erzeugen an den Schatten- und Reflexionsgrenzen die geforderten Diskontinuitäten für das gebeugte Feld /3/:

$$\begin{aligned} D_{s,h}(\varphi, \varphi', \beta) = & \quad (8) \\ = & \frac{-e^{-j\pi/4}}{2\eta \sqrt{2\pi k \sin\beta}} \left\{ \cot\left(\frac{\pi+(\varphi-\varphi')}{2\eta}\right) F(kLa^+(\varphi-\varphi')) + \right. \\ & + \cot\left(\frac{\pi-(\varphi-\varphi')}{2\eta}\right) F(kLa^-(\varphi-\varphi')) + \left[ \cot\left(\frac{\pi+(\varphi+\varphi')}{2\eta}\right) F(kLa^+(\varphi+\varphi')) + \right. \\ & \left. \left. + \cot\left(\frac{\pi-(\varphi+\varphi')}{2\eta}\right) F(kLa^-(\varphi+\varphi')) \right] \right\} . \end{aligned}$$

Es bedeuten:

$$F(X) = 2j \sqrt{X} e^{jX} \int_{\sqrt{X}}^{\infty} e^{-jt^2} dt \quad (9)$$

mit  $X = kLa^{\pm}(\varphi \pm \varphi')$  und

$$a^{\pm}(\varphi \pm \varphi') = 2 \cos^2 \left( \frac{2\eta\pi N^{\pm} - (\varphi \pm \varphi')}{2} \right) . \quad (10)$$

$N^{\pm}$  sind die ganzen Zahlen, die am besten die Gleichungen

$$2\pi\eta N^+ - (\varphi \pm \varphi') = \pi \quad (11a)$$

und

$$2\pi\eta N^- - (\varphi \pm \varphi') = -\pi \quad (11b)$$

erfüllen.

Die Ausdrücke für die Beugungskoeffizienten  $D_S$  und  $D_H$  enthalten die Übergangsfunktion  $F(X)$  mit  $X = kLa^{\pm}$ , die durch die Gleichung (9) definiert ist (positiver Teil der Quadratwurzel). Ihre Bestimmung erfordert die Auswertung eines Fresnelschen Integrals. Betrag und Phase der Übergangsfunktion sind in Bild 5 dargestellt. Der Betrag ist stets  $\leq 1$ , die Phase kann Werte zwischen  $0$  und  $\pi/4$  annehmen. Wenn  $X$  größer als 10 ist, wird  $F(X) \approx 1$ . Überschreiten sämtliche Argumente der in Gl. (8) enthaltenen Übergangsfunktion den Wert 10, so gehen die Beugungskoeffizienten in jene der klassischen GTD über.

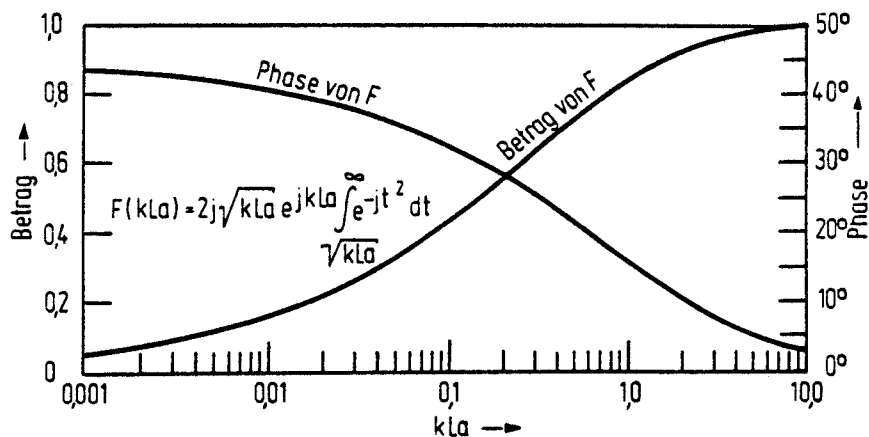


Bild 5 Verlauf von Betrag und Phase der Übergangsfunktion  $F(X)$ .

Der sogenannte Entfernungparameter  $L$  lässt sich für beliebige Wellenformen durch

$$L = \frac{s(\rho_{ie} + s) \rho_{i1} \rho_{i2} \sin^2 \beta}{\rho_{ie}(\rho_{i1} + s)(\rho_{i2} + s)} \quad (12)$$

bestimmen.

Es bedeuten:

- $\rho_{ie}$  Krümmungsradius der einfallenden Wellenfront in der strahlenbezogenen Einfallsebene,
- $\rho_{i1}, \rho_{i2}$  Hauptkrümmungsradien der einfallenden Wellenfront.

An den Schatten- bzw. Reflexionsgrenzen wird eine der Kotangensfunktionen in Gl. (8) singulär, während die anderen drei Kotangensfunktionen endliche Werte beibehalten. Diese Singularität wird allerdings durch eine verschwin-

dende Übergangsfunktion behoben, wodurch sich ein endlicher Grenzwert für den Beugungsbeitrag ergibt.

Die Darstellung des gebeugten Felds nach Gl. (6) ist dann ausreichend genau, wenn sich das einfallende Feld in der Nähe der Kante nur langsam ändert. Ein anschauliches Beispiel dafür, wo dies nicht der Fall ist, stellt ein Dipol dar, dessen Achse senkrecht zur Kante ausgerichtet ist. Es wurde ein Korrekturterm angegeben, der sicherstellt, daß auch die ersten Ableitungen des gebeugten Felds an den Schatten- und Reflexionsgrenzen stetig sind, siehe /3, 4/. Damit läßt sich das gebeugte Feld im Abstand  $s$  vom Beugungspunkt B auf der Kante in folgender Form angeben:

$$\vec{E}_d(s) = (\vec{E}_i(B) \cdot \vec{D} + \frac{\partial}{\partial n} \vec{E}_i(B) \cdot \vec{d}) \sqrt{\frac{\rho_{d1}}{s(\rho_{d1} + s)}} e^{-jks} . \quad (13)$$

Die partielle Ableitung des einfallenden Felds  $\frac{\partial}{\partial n} \vec{E}_i(B)$  wird in Richtung der Normalen an die Kante im Beugungspunkt B durchgeführt, die senkrecht auf der Ebene steht, die aus dem einfallenden Strahl und der Tangente an die Kante in B aufgespannt wird (strahlenbezogene oder auch kantenbezogene Einfallsebene).

Der Ausdruck für den dyadischen Beugungskoeffizienten  $\vec{d}$  (dyadic slope diffraction coefficient) ist gegeben durch:

$$\vec{d} = - \vec{\beta}' \vec{\beta} d_s - \vec{\varphi}' \vec{\varphi} d_h , \quad (14)$$

wobei die skalaren Beugungskoeffizienten  $d_{s,h}$  durch  $D_{s,h}$  nach Gl. (8) wie folgt ausgedrückt werden:

$$d_{s,h} = \frac{1}{jk \sin \beta} \frac{\partial}{\partial \varphi'} D_{s,h} . \quad (15)$$

Weitere Grundbausteine, wie z.B. die Beugung bei allgemeinen Kantenformen, die Beugung an einem Scheitel bzw. einer Ecke und die Beugung an einer konvex gekrümmten Oberfläche bei Einfall eines Strahlenbündels von einer Quelle außerhalb der Oberfläche werden in /1/ detailliert behandelt.

### 3.3 Feldberechnung an Kaustiken

Liegt der Beobachterpunkt auf der Achse einer kreisförmigen Apertur, auf die eine ebene Welle senkrecht einfällt, dann gehen durch ihn gemäß den Prinzipien der geometrischen Beugungstheorie unendlich viele Strahlen. An solchen ausgezeichneten Linien, die Brennlinien bzw. Kaustiken genannt werden, versagt die geometrische Beugungstheorie bei der Feldbeschreibung. Probleme mit Kaustiken treten z.B. auch bei der Feldberechnung in Hauptstrahl- und Rückwärtsrichtung von Reflektorantennen auf.

Das Feld in der Nähe von und auf Kaustiken läßt sich mit Hilfe von Korrekturfaktoren /5/ bzw. der Methode der äquivalenten Kantenströme (ECM) /2, 6/ bestimmen.

Mit der ECM kann man auch außerhalb von Kaustikbereichen das Streufeld bestimmen; die dort berechneten Werte gehen asymptotisch in die Feldwerte über, die in diesem Bereich mit Hilfe der geometrischen Beugungstheorie (GTD) berechnet werden können. Die Ströme werden als äquivalenter Ersatz für die streuende Kante betrachtet. Ihr Abstrahlungsverhalten im freien Raum, also nach Wegnahme des Streukörpers, wird im folgenden untersucht.



Die äquivalenten Kantenströme, die entlang der beugenden Kante fließen, werden aus dem einfallenden Feld mittels der geometrischen Beugungstheorie berechnet. Die GTD-Beugungskoeffizienten für einen Keil mit gerader Kante erhält man aus den UTD-Beugungskoeffizienten von Gl. (8) mit den Grenzwerten der Übergangsfunktionen  $F = 1$ :

$$D_{s,h}(\varphi, \varphi'; \beta, \beta') = \frac{e^{-j\pi/4} \sin(\pi/\eta)}{\eta \sqrt{2\pi k} \sqrt{\sin\beta \sin\beta'}} \left[ \frac{1}{\cos \frac{\pi}{\eta} - \cos \frac{\varphi - \varphi'}{\eta}} \mp \frac{1}{\cos \frac{\pi}{\eta} - \cos \frac{\varphi + \varphi'}{\eta}} \right] \quad (16)$$

Der Ausdruck  $\sin\beta$  im Nenner wurde hier durch  $\sqrt{\sin\beta \sin\beta'}$  ersetzt. Damit kann in heuristischer Weise das Streufeld auch an Beobachterpunkten bestimmt werden, die nicht auf dem Beugungskegel liegen (siehe Bild 3). Diese Form der Aufspaltung erfüllt weiterhin das Reziprozitätsgesetz und hat sich bei numerischen Berechnungen bewährt /7/. Mit den skalaren GTD-Beugungskoeffizienten aus Gl. (16) können die äquivalenten elektrischen bzw. magnetischen Kantenströme wie folgt dargestellt werden:

$$\vec{I} = - \sqrt{\frac{8\pi}{k}} e^{-j\pi/4} \frac{1}{Z} \frac{D_s}{\sqrt{\sin\beta \sin\beta'}} (\vec{E}_i \cdot \vec{t}) \vec{t} \quad (17a)$$

$$\vec{M} = - \sqrt{\frac{8\pi}{k}} e^{-j\pi/4} Z \frac{D_h}{\sqrt{\sin\beta \sin\beta'}} (\vec{H}_i \cdot \vec{t}) \vec{t} \quad (17b)$$

Der Tangenteneinheitsvektor an der Kante im Beugungspunkt wird dabei mit  $\vec{t}$  bezeichnet;  $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$  ist der Feldwellenwiderstand des Ausbreitungsmediums. Die so bestimmten Linienströme stellen keine wahren physikalischen Ströme dar; ihr Wert hängt von der Beobachterrichtung ab. Es ist daher nicht möglich, aus ihnen das Streufeld für alle Raumrichtungen zu bestimmen. Analog zu den GTD-Kantenbeugungskoeffizienten aus Gl. (16) wurde auch hier die Stromdarstellung auf Raumrichtungen erweitert, die nicht auf dem Beugungskegel liegen ( $\beta \neq \beta'$ ). Eine exaktere Darstellung für beliebige Raumrichtungen des kantengebeugten Strahls (mit Ausnahme von Schatten- und Reflexionsgrenzen) findet man in /8/. Mit Hilfe der fadenförmigen äquivalenten Kantenströme  $\vec{I}$  und  $\vec{M}$  gewinnt man schließlich das Kantenbeugungsfeld über folgende Integraldarstellung:

$$\vec{E}_d = \frac{jk}{4\pi} \int_C \frac{e^{-jks}}{s} [ Z \vec{s} \times (\vec{s} \times \vec{I}(\tau)) + \vec{s} \times \vec{M}(\tau) ] d\tau \quad (18)$$

Die Wegkoordinate entlang der Kantenlinie  $C$  wird mit  $\tau$  bezeichnet.  $s$  ist die Entfernung zwischen Beugungspunkt und Beobachterpunkt, der im Fernfeld der Kante liegen soll, und ist abhängig vom Ort  $\tau$ .  $\vec{s}$  ist der Einheitsvektor in Richtung des Beobachterpunktes. Das Beugungsintegral kann meist nicht mehr exakt berechnet werden; man ist i.a. auf analytische Näherungsrechnungen oder eine numerische Quadratur angewiesen. Ein Anwendungsbeispiel für die ECM bei einem Kantenbeugungsproblem mit Kaustik wird im Abschnitt 4.2 gegeben.

### 3.4 Zur Strahlung von Quellen auf einer konvexen Oberfläche

Die Strahlung von Antennen auf konvexen Oberflächen, die Verkopplung von Antennen auf konvexen Oberflächen und die Verwendung unterschiedlicher Oberflächenimpedanzen stellen wesentliche Bausteine für die EMV-Analyse dar /1/. Die Antennen werden hierzu aus Elementarstrahlern (elektrischer bzw. magnetischer Dipol) aufgebaut. Um die Tangente  $\vec{t}'$  im Quellpunkt Q (Schattengrenze), siehe Bild 6, befindet sich die Übergangszone, in der das Feld mit strahlenoptischen Mitteln nicht mehr beschrieben werden kann.

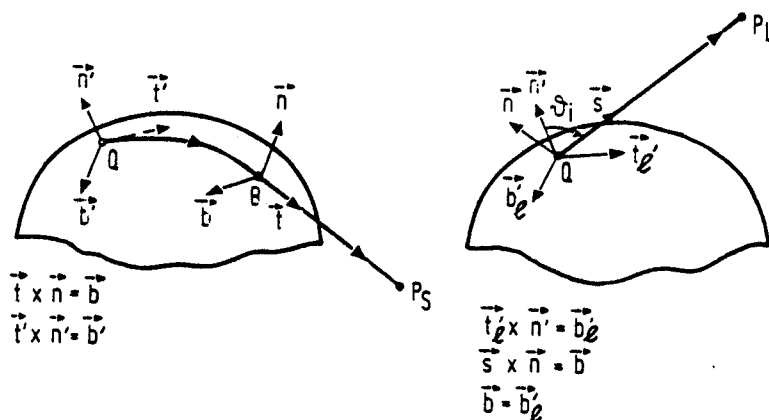


Bild 6 Strahlwege in der Schatten- und beleuchteten Zone;  
 a) Feldpunkt  $P_S$  in der Schattenzone,  
 b) Feldpunkt  $P_L$  in der beleuchteten Zone.

Durch den Beugungspunkt B verläuft eine der beiden Brennlinsen des gebeugten Feldes. Die Lage der zweiten Brennlinie wird mit Hilfe differentialgeometrischer Betrachtungen gewonnen. Die Beschreibung der Anregung der Kriechwellen, die sich auf geodätischen Pfaden ausbreiten, im Quellpunkt Q geschieht durch sogenannte Startkoeffizienten. Es hat sich gezeigt, daß die Torsion ( $\vec{b}' \neq \vec{b}$ ) der Oberflächenwellen insbesondere am Quellpunkt berücksichtigt werden muß. Dies geschieht durch sogenannte Torsionsfaktoren. Die Betrachtung der Kriechwellen ist nur sinnvoll, wenn der Beobachterpunkt tief in der Schattenzone liegt. Für Quellen auf ideal leitenden konvexen Oberflächen wurden uniforme dyadische Transferfunktionen, die für die beleuchtete Zone (Bereich mit direkter Sicht zur Quelle) bzw. die Schattenzone alle physikalischen Prozesse berücksichtigen, angegeben /9/. Die Feldberechnung für Beobachterpunkte  $P_S$  in der Schattenzone bzw.  $P_L$  in der beleuchteten Zone geschieht nach folgenden Beziehungen:

$$d\vec{E}_{m,e}(P_S|Q) = d\vec{p}_{m,e}(Q) \cdot \vec{T}_{m,e}(Q|B) \times \sqrt{\frac{\rho_{d1}}{s_d(\rho_{d1} + s_d)}} e^{-jks_d}, \quad (19a)$$

$$d\vec{E}_{m,e}(P_L|Q) = d\vec{p}_{m,e}(Q) \cdot \vec{T}_{m,e}^1(Q) \frac{e^{-jks}}{s} \quad (19b)$$

$d\vec{E}_{m,e}$  ist das von der Elementar-Quelle am Punkt Q, die durch das differentielle Dipolmoment  $d\vec{p}_{m,e}$  (m für magnetisch, e für elektrisch) beschrieben wird, im Beobachterpunkt  $P_{S,L}$  angeregte elektrische Feld.  $\vec{T}$  bzw.  $\vec{T}^1$  sind die dyadischen Transferfunktionen für die Schattenzone bzw. die beleuchtete Zone, deren wesentliche Bausteine die Fock-Integrale mit den dazugehörigen Fock-Funktionen bilden /10/,  $\rho_{d1}$  ist der Abstand der zweiten Kaustik vom Beugungspunkt, und  $s_d$  bzw.  $s$  ist der Abstand des Beobachterpunkts  $P_S$  vom Beugungspunkt bzw. des Beobachterpunkts  $P_L$  von der Quelle.

Die Felddarstellungen der Gln. (19a, b) gehen an der Schattengrenze glatt ineinander über. Die explizite Bestimmung der Anregung der einzelnen Wellen entfällt dadurch. An der Herleitung von Transferfunktionen für Antennen auf Impedanz-Oberflächenstücken sowie für die Beugung an allgemeinen Kanten und konvexen Strukturen bei nicht ideal leitenden Oberflächen wird an der Ohio State University, USA, gearbeitet.

Zur Berechnung der Verkopplung von Antennen (Bild 6) mit  $Q \equiv Q'$  und  $B \equiv Q$  mußte früher das sogenannte Grenzsichtfeld der Kriechwellen, das zur einfachen Beschreibung des physikalischen Prozesses verwendet wurde, mittels sogenannter Verknüpfungskoeffizienten in das tatsächliche Feld umgewandelt werden. Die dyadischen Transferfunktionen, bei denen die verallgemeinerten Fock-Integrale verwendet werden, beinhalten neben den Startkoeffizienten und den komplexen Dämpfungskonstanten auch die Verknüpfungskoeffizienten. Ferner wird die Torsion der Oberflächenwellen berücksichtigt. In allgemeiner Form kann man das von  $Q'$  ausgehende und in  $Q$  angeregte Oberflächenfeld symbolisch darstellen durch /11/:

$$d\vec{F}(Q|Q') = \frac{-jk}{4\pi} d\vec{p}(Q') \cdot \vec{T}(Q|Q') f \frac{e^{-jk\tau}}{\tau} \quad (20)$$

wobei  $f$  der Divergenzfaktor der Oberflächenwellen ist.  $d\vec{F}$  repräsentiert das von der Quelle  $d\vec{p}$  angeregte elektrische bzw. magnetische Feld, und  $\tau$  ist die Länge des geodätischen Pfads zwischen beiden Antennen an den Orten  $Q$  und  $Q'$ .

Die Konstruktion der Strahlenwege, auch bei komplexen Strukturen, wird in /1/ eingehend behandelt.

## 4. Beispiele

### 4.1 Verkopplung von Schlitzantennen

Für ein Paar rechteckiger kleiner Schlitzes soll die Berechnung der Verkopplung kurz skizziert werden /1, 11/:

Das elektrische Feld in der Apertur des ersten bzw. zweiten Schlitzes wird mit  $\vec{E}_{a1}$  bzw.  $\vec{E}_{a2}$  bezeichnet. Bei kurzen dünnen Schlitzes ist die Feldbeschreibung mittels des dominierenden Modes ausreichend:

$$\vec{E}_{a1} = V_{11} \vec{e}_1 \quad (21a)$$

$$\vec{E}_{a2} = V_{22} \vec{e}_2 \quad (21b)$$

$V_{11}$  und  $V_{22}$  sind die entsprechenden Erregerspannungen. Der Ausdruck für die gegenseitige Admittanz der beiden Schlitze (erster Schlitz gespeist, zweiter Schlitz kurzgeschlossen) ist entsprechend der Reaktionsmethode gegeben durch:

$$Y_{21} = Y_{12} = - \frac{\iint_{A_2} \iint_{A_1} d\vec{H}_m(Q|Q') \cdot d\vec{p}_m(Q)}{V_{11} V_{22}} \quad (22)$$

Aus Gründen der Reziprozität ist  $Y_{21} = Y_{12}$ .  $Q'$  bezeichnet einen beliebigen Punkt in der Apertur des ersten Schlitzes, während  $Q$  einen beliebigen Punkt in der Apertur des zweiten Schlitzes bezeichnet.  $d\vec{H}_m(Q|Q')$  ist das von  $d\vec{p}_m(Q')$  in  $Q$  angeregte magnetische Oberflächenfeld (siehe Gl. (20)). Weiter gilt:

$$d\vec{p}_m(Q') = \vec{E}_{a1}(Q') \times \vec{n}' da_1 \quad (23)$$

$$d\vec{p}_m(Q) = \vec{E}_{a2}(Q) \times \vec{n} da_2 \quad (24)$$

Die Doppelintegrale in Gl. (22) werden über die Oberflächen  $A_1$  bzw.  $A_2$  der beiden Aperturen ausgewertet.

In /11/ werden einige auf die oben geschilderte Weise erzielte Ergebnisse für verschiedene Schlitz-Geometrien in graphischer Form wiedergegeben und mit Resultaten anderer Methoden bzw. von Messungen verglichen. Als Beispiel mag der Koppelkoeffizient  $S_{12}$ , der mit  $Y_{12}$  in direktem Zusammenhang steht /12/, zwischen zwei rechteckigen Schlitzen auf einem ideal leitenden Konus dienen, siehe Bild 7. Der radiale Abstand der Schlitze ist  $|c_1 - c_2|$ . Der Winkelabstand ist  $\varphi_0$ . Der halbe Öffnungswinkel des Konus ist  $\vartheta_0$ . Auf die den Vergleichsergebnissen zugrunde liegenden Methoden UI (University of Illinois), G-S-PB (Golden, Stewart, Pridmore-Brown), etc. wird unter Angabe der Literatur in /11/ detailliert eingegangen. In Bild 7 werden die mit der hier beschriebenen Methode gewonnenen Ergebnisse mit OSU (Ohio State University) bezeichnet.

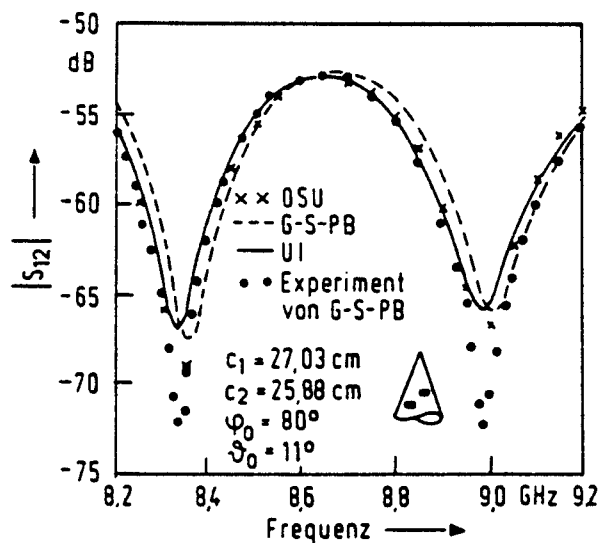


Bild 7 Koppelkoeffizient  $S_{12}$  zwischen zwei Schlitzen in Richtung des Umfangs auf einem Konus in Abhängigkeit von der Frequenz /11/.

## 4.2 Störstrahlung durch eine kreisförmige Kante

Die kreisförmige Kante, wie sie bei Reflektorantennen, Triebwerkseinläufen und kreiszylindrischen Satellitenkörpern vorkommt, stellt einen der wichtigsten Grundbausteine zur Analyse komplizierter Körper mittels der geometrischen Beugungstheorie dar. Die folgenden Ausführungen befassen sich mit der Feldberechnung in der Nähe und auf der Kaustik einer kreisförmigen Kante. Hierzu werden die äquivalenten Kantenströme aus dem einfallenden Feld mittels der Beugungskoeffizienten für die Kante unter Berücksichtigung der entsprechenden Randbedingungen berechnet.

Die Kaustikrichtungen hängen von der Lage der Quelle in bezug zur kreisförmigen Kante ab. Liegt eine Quelle auf der Achse einer kreisförmigen Scheibe, so wird das Feld in Achsrichtung fokussiert. Es entsteht eine axiale Kaustik. Bewegt man die Quelle etwas von der Achse weg, so verändert sich auch die Lage der Kaustik. Jeder Quellposition sind Kaustikkurven zuzuordnen, die rautenförmige Bereiche begrenzen /5/.

Im folgenden wird am Beispiel eines Hertzschen Dipols in der Nähe eines Kreiszyklinders gezeigt, wie benachbarte Strukturen die Freiraumcharakteristik einer Antenne beeinflussen können. Der betrachtete Hertzsche Dipolstrahler sendet eine rotationssymmetrische ( $\partial/\partial\psi=0$ )  $E_{01}$ -Kugelwelle aus, die nur drei Feldkomponenten ( $E_r^1, E_\theta^1, H_\psi^1$ ) besitzt. Er befindet sich auf der Längsachse im Abstand  $z_0$  vor der Aperturöffnung eines halbumendlichen Kreiszyklinders mit unendlich dünner Wand (siehe Bild 8). Die induzierten Oberflächenströme auf dem äußeren und inneren Zylindermantel können durch an gekrümmten Oberflächen reflektierte Strahlen und auf geodätischen Pfaden laufende Kriechwellen berücksichtigt werden; zur Demonstration der Anwendung der ECM soll hier allerdings nur der kantengebeugte Feldanteil betrachtet werden. Die kreisförmige Kante wird lokal als Halbebene aufgefaßt; die GTD-Kantenbeugungskoeffizienten  $D_{s,h}$  erhält man dann aus Gl. (16) mit  $\eta=2$ .

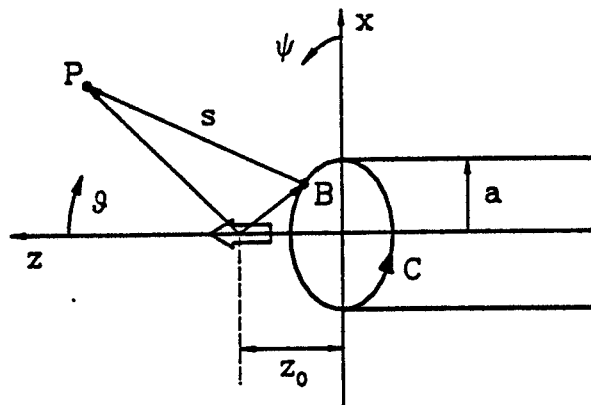


Bild 8 Hertzscher Dipol vor kreisförmiger Kante.

Da das einfallende elektrische Feld am Ort der Kante keine  $\psi$ -Komponente besitzt, erhält man aus den Gln. (17a, b) mit  $\beta'=\pi/2$  die folgenden äquivalenten Kantenströme:

$$\vec{I} = \vec{0} \quad (25a)$$

$$\vec{M} = \frac{-j Z}{k \sin\beta} \left[ \frac{1}{\cos \frac{\varphi-\varphi'}{2}} + \frac{1}{\cos \frac{\varphi+\varphi'}{2}} \right] H_\psi^i \vec{e}_\psi \quad (25b)$$

Das gebeugte Feld  $\vec{E}_d$  wird mit Hilfe der Integraldarstellung (18) berechnet. Im Bild 9 ist durchgezogen die Strahlungscharakteristik

$$C(\vartheta) = |E_{\vartheta}^i(P)|^2 \propto \sin^2 \vartheta \quad (26)$$

des Hertzschen Dipols im Freiraum dargestellt. Bei Anwesenheit einer kreiszylindrischen Struktur mit einem Radius  $a=\lambda$  in der Nähe des Dipols (siehe Bild 8) ändert sich das Abstrahlungsverhalten abhängig vom Aperturabstand  $z_0$ :

$$C(\vartheta) = |E_{\vartheta}^i(P) + E_{\vartheta}^d(P)|^2 + |E_{\psi}^d(P)|^2 \quad (27)$$

Für die beiden Werte  $z_0=a/5$  und  $z_0=0$  findet man die entsprechenden Kurven ebenfalls in Bild 9.

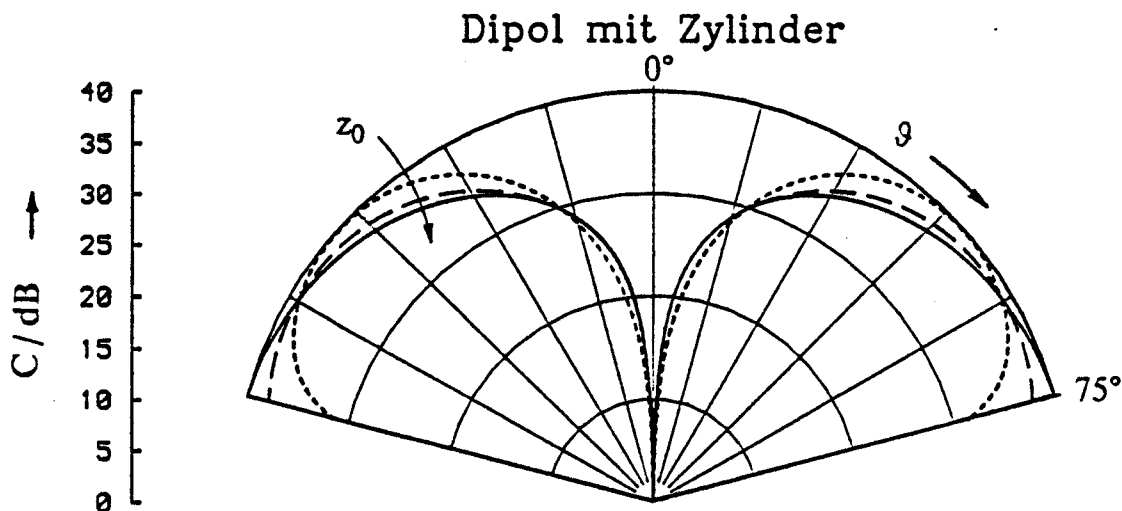


Bild 9 Strahlungscharakteristik  $C(\vartheta)$  des Hertzschen Dipols im Freiraum (—  $z_0 \rightarrow \infty$ ) und die Störbeeinflussung durch eine kreiszylindrische Struktur (---  $z_0 = a/5$  bzw. -----  $z_0 = 0$ ); zur Definition von  $z_0$  siehe Bild 8.

Die Strahlungscharakteristik  $C(\vartheta)$  ist nur im Bereich  $0^\circ \leq \vartheta \leq 75^\circ$  dargestellt, weil man bei größeren Winkeln  $\vartheta$ , gerade bei kleinen Aperturabständen  $z_0$ , dem Bereich um die Schattengrenze schon zu nahe kommt, und die ECM genauso wie die GTD hier Singularitäten aufweist. Zur Feldberechnung in Übergangsbereichen um Schatten- und Reflexionsgrenzen, die sich nicht mit Kaustikbereichen überlappen, kann hier aber die UTD verwendet werden. Sie berücksichtigt den Feldbeitrag isolierter stationärer Beugungspunkte auf der Kreiskante. Bei Feldproblemen, in denen sich Kaustik- und Übergangsbereiche überlappen, muß auf die Physikalische Beugungstheorie (Physical Theory of Diffraction, PTD) zurückgegriffen werden /13/.

## 5. Abschließende Bemerkungen

Die geometrische Beugungstheorie ist von allen asymptotischen Verfahren am weitesten entwickelt. Die anfänglichen Nachteile der geometrischen Beugungstheorie wie z.B. Singularitäten des berechneten Felds an Reflexions- und Schattengrenzen sowie an Kaustiken konnten behoben werden (UTD, ECM).

Die geometrische Beugungstheorie zeichnet sich durch eine große physikalische Anschaulichkeit aus, da die Beiträge des direkten, der reflektierten

und gebeugten Strahlen für jeden Beobachterpunkt getrennt studiert werden können. Darüber hinaus kann der Einfluß einzelner Strukturteile auf das Gesamtfeld untersucht werden.

In bestimmten Fällen tritt eine starke Rückwirkung zwischen Primärstrahler und Oberflächenstruktur auf. Dies äußert sich in einer wesentlichen Beeinflussung der Stromverteilung und damit auch der Eingangsimpedanz des Primärstrahlers. Zur Behandlung solcher EMV-Probleme kann die geometrische Beugungstheorie erfolgreich eingesetzt werden.

## 6. Schrifttum

- /1/ Schroth, A.; Stein, V.: Moderne numerische Verfahren zur Lösung von Antennen- und Streuproblemen. München/Wien: Oldenbourg-Verlag, 1985.
- /2/ Kark, K.W. : Equivalent Current Method for Bistatic Scattering at a Circular Edge. Proceedings of 3rd International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering, TU Graz, 27.-28. September 1988.
- /3/ Kouyoumjian, R.G.; Pathak, P.H.; Burnside, W.D.: The Uniform Geometrical Theory of Diffraction and its Application to Electromagnetic Radiation and Scattering. In: Acoustic, Electromagnetic and Elastic Wave Scattering - Focus on the T-Matrix Approach. Editors V.K. Varadan und V.V. Varadan, New York: Pergamon Press, 1980.
- /4/ Kouyoumjian, R.G.; Pathak, P.H.: The Uniform Geometrical Theory of Diffraction and its Application to Antenna and Scattering Problems. Preprints of the CCG Course S2.17, Oberpfaffenhofen, 15.-18. September 1987.
- /5/ Albertsen, N.C., et al.: A Study on Radiation Pattern Prediction for High Frequency Satellite Antennas. Electromagnetics Institute, The Technical University of Denmark, Lyngby, Report R 145, 1975.
- /6/ Knott, E.F.; Senior, T.B.A.: Equivalent Currents for a Ring Discontinuity. IEEE Trans. on Ant. and Prop. 21 (1973) 5, S. 693 - 695.
- /7/ Knott, E.F.; Senior, T.B.A.: Comparison of Three High-Frequency Diffraction Techniques. Proc. of the IEEE 62 (1974) 11, S. 1468 -1474.
- /8/ Michaeli, A.: Equivalent Edge Currents for Arbitrary Aspects of Observation. IEEE Trans. on Ant. and Prop. 32 (1984) 3, S. 252 - 258; Nachtrag in: IEEE Trans. on Ant. and Prop. 33 (1985) 2, S. 227.
- /9/ Pathak, P.H.; Wang, N.; Burnside, W.D.; Kouyoumjian, R.G.: A Uniform GTD Solution for the Radiation from Sources on a Convex Surface. IEEE Trans. on Ant. and Prop. 29 (1981) 4, S. 609 - 622.
- /10/ Fock, V.A.: Diffraction, Refraction and Reflection of Waves: Thirteen Papers. Air Force Cambridge Res. Center Rep. AFCRC-TN-57-102 (AD117276), 1957; auch: Electromagnetic Diffraction and Propagation Problems. New York: Pergamon Press, 1965.
- /11/ Pathak, P.H.; Wang, N.: Ray Analysis of Mutual Coupling Between Antennas on a Convex Surface. IEEE Trans. on Ant. and Prop. 29 (1981) 6, S. 911 - 922.
- /12/ S-Parameter Design. Hewlett-Packard Application Note 154, 1972.
- /13/ Lee, S.W: Comparison of Uniform Asymptotic Theory and Ufimtsev's Theory of EM Edge Diffraction. IEEE Trans. on Ant. and Prop. 25 (1977) 2, S. 162 - 170.